EX N°1

Diviser 1 par 7, qu'observez vous ? Pouvez vous prévoir la 2015 i-ème décimale ?

EX N°2

1. Ecrire sous forme de fraction 0, 123 123 123 123 ...
2. Ecrire sous forme de fraction 2015, 1234 1234 1234 1234 ...
3. Ecrire sous forme de fraction 2015, 123456 123 123 123 ...

EX N°3

On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers 0 1 2 3 etc...

On note $\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs 0 1 2 3 ... et les opposés -1, -2, -3 etc...

On note $\mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres rationnels quotients de deux nombres relatifs comme 1 , -5 ou encore $\frac{1}{7}$

Compléter les phrases suivantes :

1. Si un nombre est rationnel alors l'écriture décimale de ce nombre est ....
2. La réciproque est elle vraie ?

EX N°4

$\mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres rationnels ne représente pas tous les nombres possibles. Nous allons montrer que $\sqrt{2}$ qui est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1, n'appartient pas à $\mathbb{Q}$.

Nous allons faire une démonstration par l'absurde qui consiste à supposer que $\sqrt{2}$ appartient à $\mathbb{Q}$ et obtenir après déduction une absurdité

1. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ signifie qu'il existe a et b entiers tel que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ de plus cette fraction est *irréductible* dans le sens où on ne peut plus simplifier cette fraction.
   Donc $a = b\sqrt{2}$ et on élève au carré les deux membres de cette égalité donc $a^2 = 2b^2$
2. a est un entier donc se décompose en facteurs premiers et un de ses facteurs est 2, sinon l'égalité ci-dessus serait absurde
   Donc $a = 2^k p$ avec p le reste de la décomposition de a ne contient pas 2
   Que vaut a^2 ?
3. Maintenant supposons que $b = 2^m r$ avec r ne contient pas 2 que vaut b^2 ?
4. Quel est l'exposant de 2 à gauche du signe = ? et à droite ? N'est ce pas absurde ?

EX N°5

D'autres nombres comme π n'appartiennent pas à $\mathbb{Q}$. π et $\sqrt{2}$ sont dits irrationnels. L'ensemble formé des rationnels et des irrationnels s'appelle l'ensemble des nombres réels et noté $\mathbb{R}$