Probabilités conditionnelles - Indépendance

EX N°1

Considérons l'ensemble des familles ayant 3 enfants.

1. Donner une modélisation de l'univers Ω
2. Est ce que les évènements suivants sont indépendants
   A = "avoir au plus une fille"
   B = "avoir des enfants des deux sexes"

EX N°2

Considérons l'ensemble des familles ayant $n \geqslant 2$ enfants. Est ce que les évènements suivants sont indépendants

A = "avoir au plus une fille"

B = "avoir des enfants des deux sexes"

EX N°3

Prouver que les propositions suivantes sont équivalentes :

1. A et B sont indépendants
2. $\overline{A}$ et B sont indépendants
3. A et $\overline{B}$ sont indépendants
4. $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants

EX N°4(Introduction à la théorie et au calcul des probabilités -Sylvie Mélleard)

M. et Mme Barbétipoil ont deux enfants, garçons ou filles, les 4 configurations sont équiprobables. Quelle est la probabilité que les deux enfants Barbétipoil soient des filles,

1. sans autre information,
2. sachant que l' aînée est une fille,
3. sachant que l' un des deux enfants est une fille.

EX N°5(Règle n°1 du Chevalier de Méré)

On lance 4 fois un dé

1. Modéliser l'univers
2. Sur quel évènement parier $A =$ " faire au moins un six" ou $\overline{A}$?

EX N°6(Règle n°2 du Chevalier de Méré)

On lance n fois deux dés $n \geqslant 2$

1. Modéliser l'univers
2. Sur quel évènement parier $A_n =$ " faire au moins un double six" ou $\overline{A_n}$? Faire varier n

EX N°7

Il paraît qu' à partir de 25 personnes dans une salle la probabilité qu'au moins deux personnes de la salle aient la même date d'anniversaire est supérieure à 0,5.

Soit A l'évènement "au moins deux personnes ont la même date d'anniversaire" et soit n le nombre de personnes dans la salle $n \geqslant 2$

1. Est-il facile de calculer directement $P(A)$? Comment faire ?
2. On suppose que l'année compte 365 jours. Poursuivre le calcul

EX N°8

Modèle de Hardy-Weinberg.

Les caractères héréditaires dans certains organismes, tels que les humains, sont portés par des paires de gènes. Dans le cas le plus simple, chaque gène peut prendre deux formes appelées allèles, A et a. Ces allèles se trouvent dans une population parentale avec les proportions p et q. Comme Aa et aA ne sont pas discernables, il y a 3 génotypes possibles, AA, aa, Aa. Nous supposerons que la reproduction peut avoir lieu entre deux individus quelconques de la population, indépendamment des gènes considérés. Chaque parent transmet un gène de son génotype de façon équiprobable, les deux gènes ainsi obtenus constituant le génotype du descendant. Calculer la probabilité des différents génotypes dans la génération suivante. Montrer que la proportion de chacun des allèles reste la même dans la deuxième génération.

EX N°9

Le jeu du Crap