# Géométrie dans l'espace

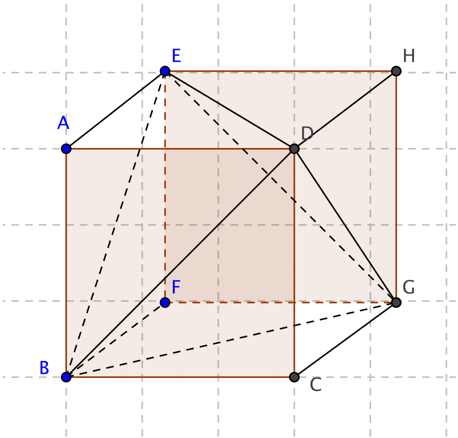
Vallon

13 octobre 2015

Problèmes

- Comment dessiner l'espace (3 dimensions) sur une feuille ou un écran (2 dimensions) ?
- Comment se guider dans l'espace avec quels outils , et raisonner juste avec ou sans une représentation qui de toute façon est partiellement fausse ?

- On choisit la perspective cavalière car si deux droites sont parallèles dans l'espace , alors elles le sont aussi sur le dessin en perspective et vice-versa.



Définitions

- Trois points non alignés définissent un plan.
- Deux droites sécantes définissent un plan.

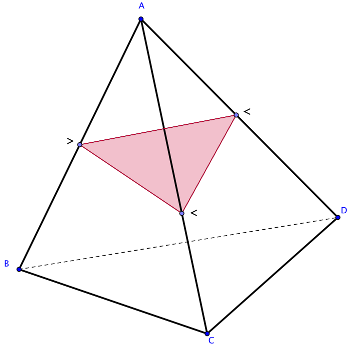
Stratégie :

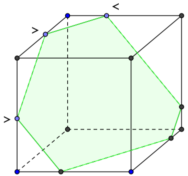
- Dès que possible utiliser ses connaissances de géométrie plane en se plaçant dans un plan approprié. Car dans un plan on peut construire l'intersection de deux droites on peut tracer des parallèles et s'affranchir ainsi de la perspective.

# Coplanarité :

Comment être sûr que 4 points = deux droites sont coplanaires ?

- Deux droites qui ne sont ni parallèles ni sécantes ne sont pas coplanaires (cela remettrait en question la géométrie plane !)
- On fait jouer la propriété de parallèlisme droite-droite ou droite-plan




*Quelle est la section d’ un cube ou d’un tetraèdre ? : la lame passe en 3 points marqués par* $>$ *ou* $<$

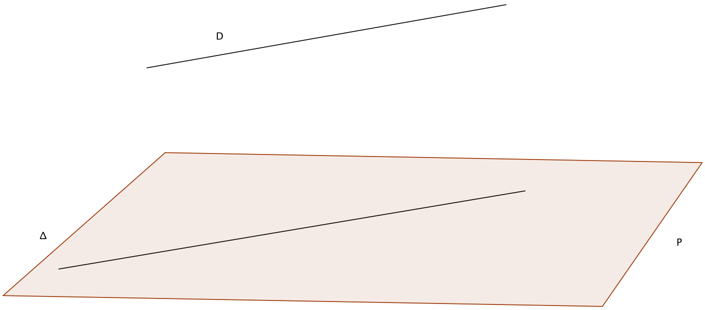
# Parallèlisme

Définitions :

- Deux plans dont l'intersection est vide, sont parallèles.
- Une droite qui ne rencontre pas un plan est parallèle à ce plan.

## Propriétés :

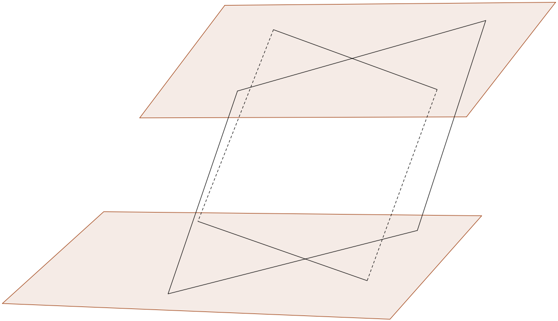
- Pour trois droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$, $\mathcal{D}_3$ : Si $\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_2 // \mathcal{D}_3$ alors $\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}_3$
- Si $D // \Delta$ et $\Delta \subset P$ alors $D // P$



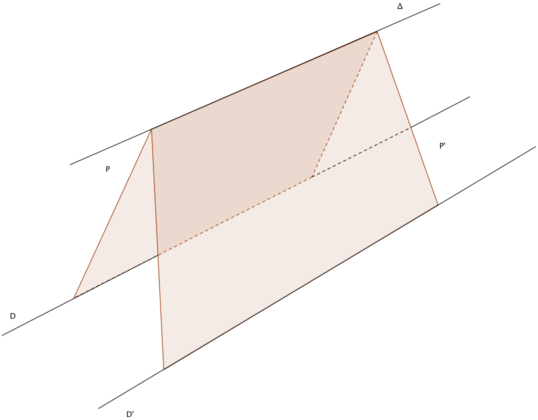
Notation :

- Trois personnages : le point = l'a-tome, la droite = une infinité de points et le plan une infinité de droites
- un point appartient à  une droite ou un plan. Symbole –> $\in$
- Une droite est inclus dans un plan. Symbole –> $\subset$

- Un plan coupe deux plans parallèles en deux droites parallèles
- Pour montrer que deux plans sont parallèles il suffit de montrer l'existence dans chaque plan de deux droites sécantes et parallèles deux à deux



- Deux droites D et D' parallèles contenues respectivement dans deux plans P et P' sécants en une droite $\Delta$ , alors les droites D , D' et $\Delta$ sont parallèles

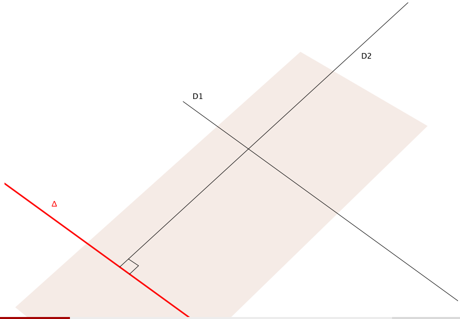


## Définition

Deux droites sont perpendiculaires s'il existe un plan P de l'espace les contenant dans lequel elles se coupent à angle droit (Qu'est ce qu'un angle droit ?)

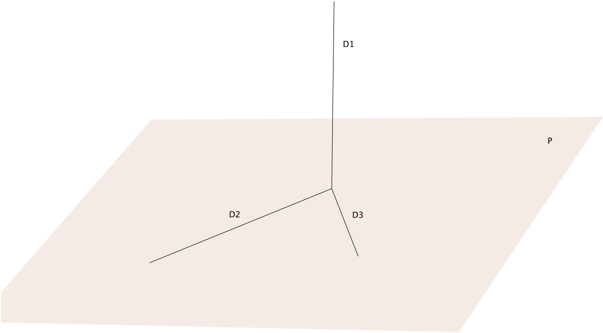
## Définition

Deux droites $D_1$ et $D_2$ sont orthogonales s'il existe une droite $\Delta$ telle que : $D_1 \parallel \Delta$ avec $\Delta$ et $D_2$ perpendiculaires



## Définition

Une droite D est orthogonale à un plan P dans l'espace si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan



### Théorème

- *Si une droite est orthogonale à un plan alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan*
- *Deux droites perpendiculaires à une même droite , les 3 contenues dans un même plan, sont parallèles (c'est faux si la dernière condition n'est pas vérifiée)*
- *Deux plans différents et orthogonaux à une même droite sont parallèles*
- *Si deux droites sont parallèles alors tout droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre*
- *Si deux plans sont parallèles alors tout droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre*

### Définition

L'ensemble des points M de l'espace équidistants à A et à B est un plan appelé plan médiateur de [AB]

### Théorème

*Le plan médiateur de [AB] est orthogonal à la droite (AB) et passe par le milieu de [AB]*

### Démonstration.

Soit $P_1$ et $P_2$ deux plans distincts et contenant la droite (AB). Dans chacun de ces deux plans la médiatrice de $(AB)$ existe et notons les $D_1$ et $D_2$.
$D_1$ et $D_2$ sont incluses dans le plan médiateur P de [AB] . Pourquoi ?
Donc $(AB)$ est perpendiculaire à $D_1$ et $D_2$ (I le milieu de [AB] appartient à ces 3 droites) donc $(AB)$ est orthogonale au plan contenant ces deux droites , c'est à dire P le plan médiateur de [AB] $\square$