

# Géométrie dans l'espace

## EX N°1

Etant donné deux points B et C dans un plan P et D un point n'appartenant pas à ce plan

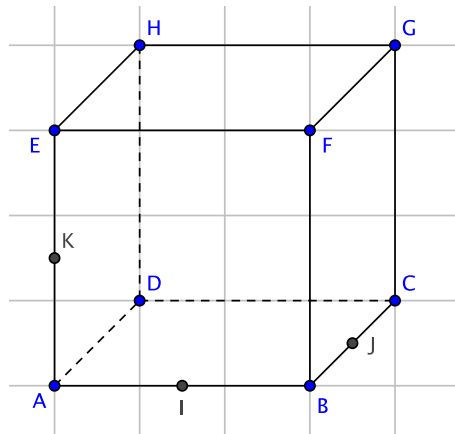
1. Démontrer que B,C et D ne sont pas alignés , en déduire qu'ils déterminent un plan
2. Soit E un point du plan (BCD). On suppose que la droite (DE) coupe le plan P en F. Démontrer que les points B,C et F sont alignés

## EX N°2

Soit un tétraèdre ABCD et trois points M,N et P appartenant respectivement aux arêtes (AB),(AC) et (AD) de ce tétraèdre. On suppose que les droites (MN), (NP) et (MP) percent le plan (BCD) respectivement en P',M' et N'

1. Faire un dessin en perspective correspondant aux hypothèses
2. Démontrer que les points M',N' et P' appartiennent à la fois au plan(MNP) et au plan (BCD)
3. En déduire que M', N' et P' sont alignés

## EX N°3



ABCDEFGH est un cube. I,J et K les milieux des arêtes [AB], [BC] et [AE]

1. Citer sans justifier deux droites sécantes, deux droites parallèles et deux droites non coplanaires
2. Démontrer que les droites (AE) et (HG) ne sont pas coplanaires (faire un raisonnement par l'absurde, supposer qu'elles sont parallèles ou sécantes)

## EX N°4

Préciser en justifiant la position relative des droites :

1. (BE) et (HC)
2. (EC) et (HB)
3. (BE) et (DG)

**EX N°5**

Préciser en justifiant la position relative :

1. de la droite (HK) et du plan (ABE)
2. de la droite (IJ) et du plan (HGF)
3. des plans (AEF) et (EFG)
4. des plans (DIF) et (DBH)
5. des plans (ADG) et (EBC)

**EX N°6**

Pour chacune des propositions suivantes indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant :

1. Les droites (EG) et (AB) sont parallèles
2. Les plans (HEF) et (DCG) sont parallèles
3. Les droites (IK) et (HC) sont parallèles
4. La droite (IJ) est parallèle au plan (HEF)

**EX N°7**

Soit un tétraèdre ABCD. On désigne par I,J,K et L les milieux respectifs des segments [AB], [CD],[BC] et [AD]

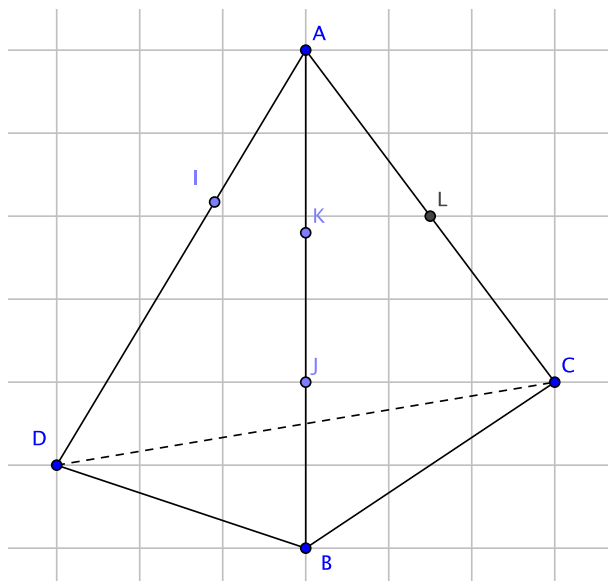
1. En raisonnant dans le plan (BCD) établir que les droites (JK) et (BD) sont parallèles
2. Démontrer que les droites (JK) et (IL) sont parallèles ainsi que les droites (IK) et (LJ)
3. Démontrer que les points I,J,K et L sont coplanaires et préciser la nature du quadrilatère IJKL
4. Démontrer que les segments [IJ] et [KL] ont le même milieu noté O
5. Soient M et N les milieux respectifs des segments [AC] et [BD] Démontrer que O est le milieu de [MN]

**EX N°8**

On donne un plan P et une droite d non parallèle à P. A chaque plan P' contenant d on associe la droite d' intersection du plan P' et du plan P.

Démontrer que toutes les droites d' passent par un point fixe

### EX N°9



ABCD un tétraèdre. I un point de l'arête  $[AD]$  tel que  $AI = \frac{1}{3}AD$ . K et J appartenant au segment  $[AB]$  tel que  $AK = \frac{1}{3}AB$  et  $AJ = \frac{2}{3}AB$   
L est le milieu de l'arête  $[AC]$

1. Justifier l'intersection des droites  $(IJ)$  et  $(BD)$  en un point E
2. Construire l'intersection des plans  $(CIJ)$  et  $(CBD)$
3. Construire l'intersection des plans  $(CIK)$  et  $(CBD)$
4. Justifier l'intersection des droites  $(LJ)$  et  $(BC)$  en un point F. Justifier l'intersection des droites  $(IL)$  et  $(DC)$  en un point G. Prouver que E, F et G sont alignés

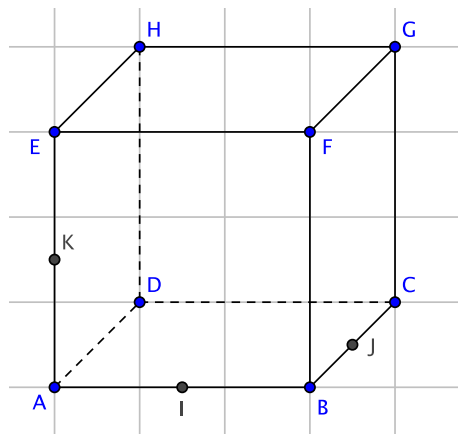
### EX N°10

ABCD un trapèze (les droites  $(AD)$  et  $(BC)$  sont parallèles). S un point n'appartenant pas au plan  $(ABCD)$ .

1. Faire un dessin en perspective
2. A l'aide du théorème du "toit" construire l'intersection des plans  $(SBC)$  et  $(SAD)$
3. Construire l'intersection des plans  $(SAB)$  et  $(SCD)$

### EX N°11

On donne deux droites parallèles distinctes  $d$  et  $d'$ . Soit O un point n'appartenant pas au plan déterminé par les droites  $d$  et  $d'$ . On nomme P le plan défini par O et  $d$ , et P' le plan défini par O et  $d'$ , démontrer que la droite d'intersection des plans P et P' est parallèle à  $d$  et  $d'$

**EX N°12**

Démontrer l'orthogonalité de :

1. (AB) et (DH)
2. (AC) et (FH)
3. (IK) et (BC)
4. (AC) et (DFH)

**EX N°13**

Vrai ou faux ?

Les droites suivantes sont orthogonales :

1. (EF) et (FC)
2. (AF) et (FC)
3. (AH) et (FC)
4. (BH) et (FC)
5. (AG) et (FC)

**EX N°14**

ABCD est un tétraèdre régulier (toutes les arêtes ont la même longueur). Soit I le milieu de [BD]

1. Démontrer que la droite (BD) est orthogonale au plan (ACI)
2. En déduire que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales

**EX N°15(\*)**

ABCD un tétraèdre régulier . M un point de l'arête [AC] tel que  $AM = \frac{1}{4}AC$ . P le plan passant par M et orthogonal à (AC).

Construire la section du tétraèdre par le plan P

**EX N°16(\*)**

ABCD is a regular tetrahedron and the points P, Q, R and S are the midpoints of the edges AB, BD, CD and CA. Prove that PQRS is a square.