

Expressions algébriques

Vallon

30 octobre 2014

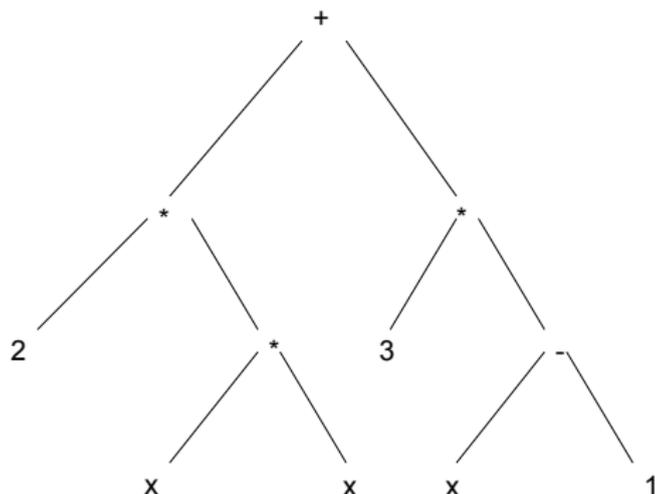
- 1 Expression algébrique
- 2 Transformations d'une expression algébrique

Définition

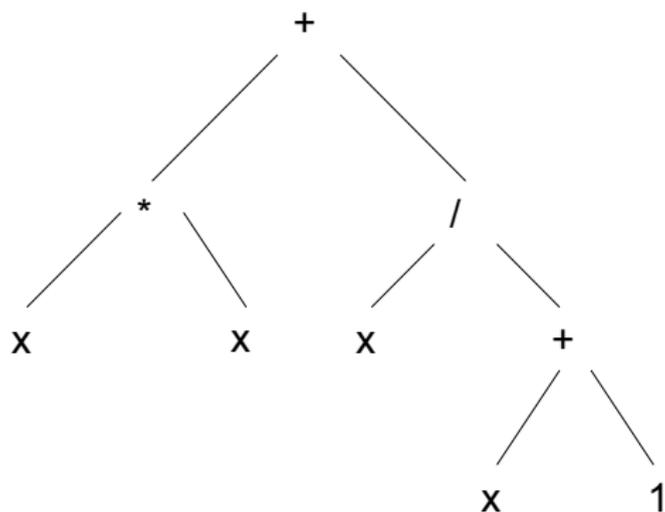
Une expression algébrique est formée

- d'une somme ou différence d'expressions algébriques
- d'un produit ou quotient d'expressions algébriques
- d'un nombre ou d'une lettre

$2x^2 + 3(x - 1)$ est une expression algébrique



$x^2 + \frac{x}{x+1}$ est une expression algébrique



- $\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ n'est pas une expression algébrique à cause de la racine carrée

- Une expression algébrique a souvent plusieurs formes
- Par exemple $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4) = (x - 3)^2 - 1$
- $x^2 - 6x + 8$ est la forme **développée réduite**
- $(x - 2)(x - 4)$ est la forme **factorisée**

- **Développer** un produit c'est transformer ce produit sous la forme d'une somme
- $(x - 1)(2x + 3) = x \times 2x + x \times 3 + -1 \times 2x + -1 \times 3 = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$
- Avec une identité remarquable :
 $(2x - 4)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 16 = 4x^2 - 16x + 16$
- **Factoriser** une somme c'est transformer cette somme sous la forme d'un produit
- $4x^2 - 16x = 4x(x - 4)$
- $(x - 3)^2 - 1 = (x - 3)^2 - 1^2 = (x - 3 - 1)(x - 3 + 1) = (x - 4)(x - 2)$

Théorème

$A \times B = 0$ si et seulement si $A = 0$ ou $B = 0$

- $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$
- La forme la plus adaptée pour résoudre $x^2 - 6x + 8 = 0$ est la forme **factorisée**
- $(x - 2)(x - 4) = 0$ si et seulement si $x - 2 = 0$ ou $x - 4 = 0$
- $(x - 2)(x - 4) = 0$ si et seulement si $x = 2$ ou $x = 4$

Théorème

Un carré est toujours positif

- $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4) = (x - 3)^2 - 1$
- Pour tout nombre x on a $(x - 3)^2 \geq 0$
- Pour tout nombre x on a $(x - 3)^2 - 1 \geq -1$
- Donc -1 est la valeur **minimale** de la fonction $x \rightarrow x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4) = (x - 3)^2 - 1$
- Pour tout nombre x on a $-(x - 3)^2 \leq 0$
- Pour tout nombre x on a $-(x - 3)^2 + 1 \leq 1$
- Donc -1 est la valeur **maximale** de la fonction $x \rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -(x - 3)^2 + 1$