

### 1. Exposé 1

On note  $\mathbb{Z}[X]$  l'ensemble des polynômes à coefficients dans  $\mathbb{Z}$

Il s'agit de montrer que  $\mathbb{Z}[X]$  a les mêmes propriétés que  $\mathbb{Z}$

- (a) Définir la divisibilité dans  $\mathbb{Z}[X]$ . Donner des exemples
- (b) Définir le degré d'un polynôme
- (c) Définir et prouver une division euclidienne dans  $\mathbb{Z}[X]$ . Donner un algorithme
- (d) Définir le pgcd de deux polynômes. Donner un algorithme
- (e) Démontrer le théorème de Bézout et de Gauss dans  $\mathbb{Z}[X]$

### 2. Exposé 2 (à faire après avoir vu les nombres complexes)

On note  $\mathbb{Z}[i]$  l'ensemble des entiers de Gauss

Il s'agit de montrer que  $\mathbb{Z}[i]$  a les mêmes propriétés que  $\mathbb{Z}$

- (a) Définir la divisibilité dans  $\mathbb{Z}[i]$ . Donner des exemples
- (b) Définir la norme d'un entier de Gauss
- (c) Définir et prouver une division euclidienne dans  $\mathbb{Z}[i]$ . Donner un algorithme
- (d) Définir le pgcd de deux entiers de Gauss. Donner un algorithme
- (e) Démontrer le théorème de Bézout et de Gauss dans  $\mathbb{Z}[i]$