DS n°4-TS3-sujet A

Ex n°1-(4 points)

On admet qu'il existe une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$ et qu'une telle fonction ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$. Il s'agit de prouver l'unicité d'une telle fonction .

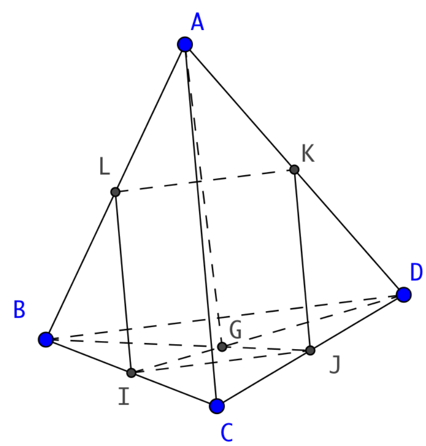
On note g une autre fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g' = g$ et $g(0) = 1$

1. Montrer que la fonction $h = \dfrac{g}{f}$ est constante sur $\mathbb{R}$
2. Calculer $h(0)$ et conclure

Ex N°2(6 points)

ABCD un tétraèdre régulier.

1. Justifier que les droites (IL) et (JK) sont parallèles
2. Justifier que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales
3. En déduire que le parallélogramme $IJKL$ est un carré
4. G est le centre de gravité du triangle BCD. Justifier que la droite (AG) est orthogonale au plan (BCD)
5. Conjecturer et prouver le comportement de la droite (AG) par rapport au plan (IJK)



Ex n°3 (7 points)

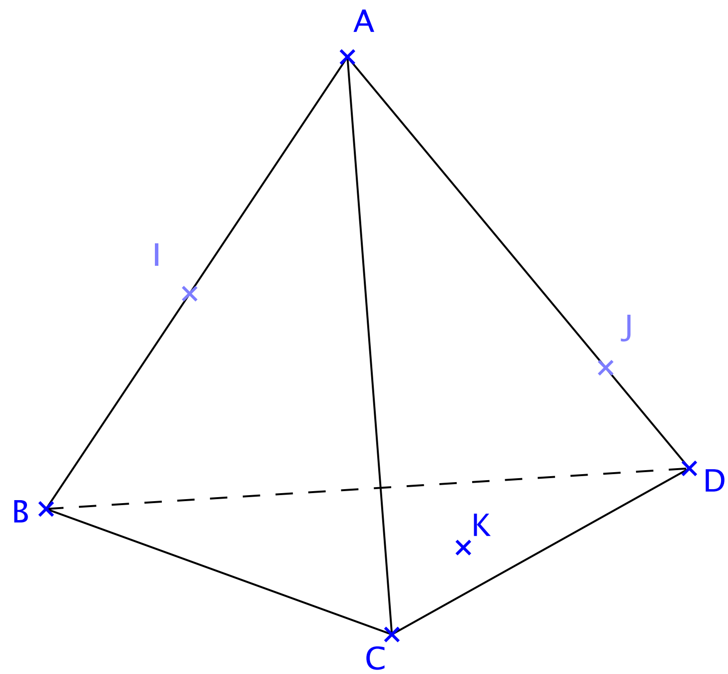
Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 4)e^{-0,1x}$

1. Calculer la fonction dérivée f' de f
2. En déduire le sens de variations de f sur $\mathbb{R}$
3. Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$
4. Que peut on en déduire pour la courbe représentative de f en $+\infty$?
5. En déduire le tableau de variations complet de f sur $\mathbb{R}$
6. Calculer la fonction f''. Pour quelle valeur x_0 a-t-on $f''(x)$ s'annule et change de signe en x_0 ? Que se passe-t-il pour la courbe de f en x_0 ?

NOM : ....

Ex N°4(3 points)

Dessiner sans justification et en laissant les traits de construction apparents la section du tétraèdre ABCD par le plan (IJK)



DS n°2-TS2-08/12/16-sujet B

Ex n°1-(4 points)

On admet qu'il existe une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$ et qu'une telle fonction ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$. Il s'agit de prouver l'unicité d'une telle fonction .

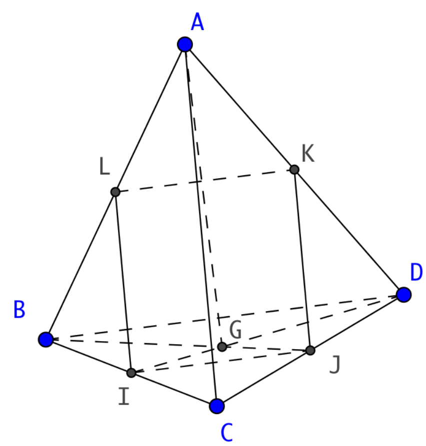
On note g une autre fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g' = g$ et $g(0) = 1$

1. Montrer que la fonction $h = \dfrac{g}{f}$ est constante sur $\mathbb{R}$
2. Calculer $h(0)$ et conclure

Ex N°2(6 points)

ABCD un tétraèdre régulier.

1. Justifier que les droites (IL) et (JK) sont parallèles
2. Justifier que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales
3. En déduire que le parallélogramme $IJKL$ est un carré
4. G est le centre de gravité du triangle BCD. Justifier que la droite (AG) est orthogonale au plan (BCD)
5. Conjecturer et prouver le comportement de la droite (AG) par rapport au plan (IJK)



Ex n°3 (7 points)

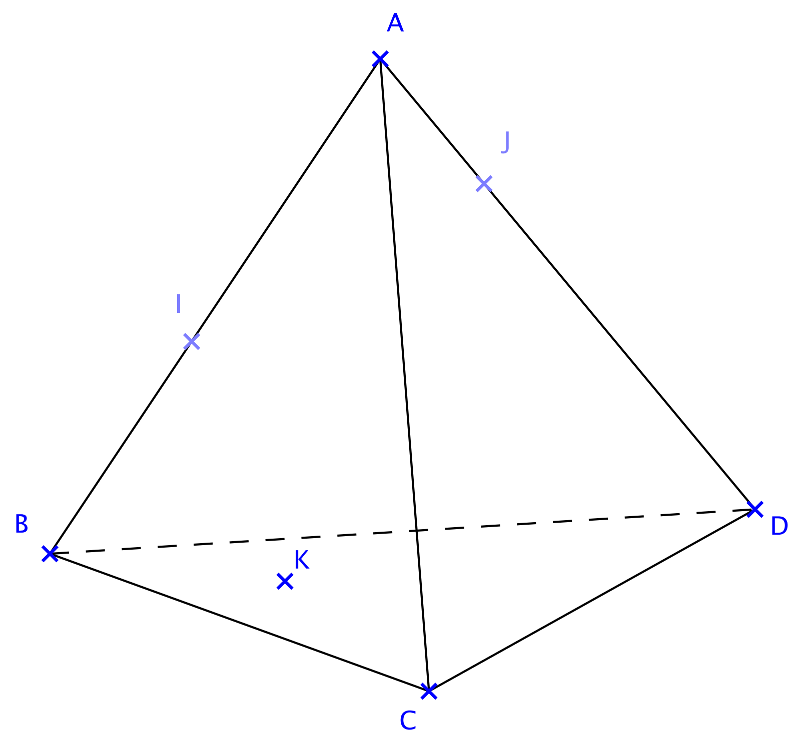
Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+3)e^{-0,2x}$

1. Calculer la fonction dérivée f' de f
2. En déduire le sens de variations de f sur $\mathbb{R}$
3. Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$
4. Que peut on en déduire pour la courbe représentative de f en $+\infty$?
5. En déduire le tableau de variations complet de f sur $\mathbb{R}$
6. Calculer la fonction f''. Pour quelle valeur x_0 a-t-on $f''(x)$ s'annule et change de signe en x_0 ? Que se passe-t-il pour la courbe de f en x_0 ?

NOM : ....

Ex N°4(3 points)

Dessiner sans justification et en laissant les traits de construction apparents la section du tétraèdre ABCD par le plan (IJK)



Elements de correction

Ex N°2(6 points)

ABCD un tétraèdre régulier.

1. $\dfrac{BL}{BA} = \dfrac{BI}{BC} = \dfrac{1}{2}$, d'après le théorème de Thalès les droites (IL) et (AC) sont parallèles. On montre de même que les droites (KJ) et (AC) sont parallèles donc (IL) et (KJ) sont parallèles
2. Puisque le tétraèdre est régulier $AB = AD$ donc A est dans le plan médiateur de $[BD]$, de même $CB = CD$ donc C est aussi dans le plan médiateur de $[BD]$ donc la droite (AC) est incluse dans le plan médiateur de $[BD]$ et les droites (AC) et (BD) sont orthogonales
3. (LK) et (BD) sont parallèles et puisque (BD) et (AC) sont orthogonales donc (LK) et (AC) sont orthogonales , mais (AC) et (LI) sont parallèles donc (LI) et (LK) sont orthogonales, or $IJKL$ est un parallèlogramme avec un angle droit donc c'est un carré
4. Montrons que (AG) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (BCD). Montrons que (AG) est orthogonale à (BC)

   $AB = AC$ donc A est dans le plan médiateur de $[BC]$, $GB = GC$ car BCD est un triangle équilatéral donc G est aussi le centre du cercle circonscrit, donc la droite (GA) est incluse dans le plan médiateur de $[BC]$ donc les droites (AG) et (BC) sont orthogonales.

   De la même manière on montre que (AG) et (CD) sont orthogonales donc on a montré que (AG) est orthogonale au plan (BCD)
5. Il semble que la droite (AG) "perce" le carré $(IJKL)$ au point de concours O des diagonales (IK) et (JL).

   La droite (AG) étant orthogonale au plan (BCD) et puisque les plans (IJK) et (BCD) étant sécants, la droite (AG) est sécante au plan (IJK) en un point P

   Dans le plan (IJK) les diagonales (IK) et (JL) sont sécantes en O

   De plus D et A sont dans le plan médiateur de $[BC]$ donc K aussi , par ailleurs I et G aussi donc (KI) et (AG) sécantes dans le plan médiateur de $[BC]$ en un point Q or Q appartient au plan (IJK) donc P et Q sont confondus

   De même on montre que (LJ) et (AG) sont sécantes dans le plan médiateur de $[CD]$ en un point R, donc R et P sont confondus.

   Il n'y a qu'un seul point dans le plan (IJK) à la fois sur (IK) et (JL) c'est le point O