

**Ex n°1 (7 points)**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 6$  et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = 1,4u_n - 0,05u_n^2$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$  à l'aide de la calculatrice
2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 1,4x - 0,05x^2$ . Etudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$
3. Résoudre dans  $[0; +\infty[$ ,  $f(x) = x$  (Calculer le  $\Delta$  serait une faute de goût, factoriser plutôt)
4. Montrer que si  $x \in [0; 8]$  alors  $f(x) \in [0; 8]$
5. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n : 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 8$
6. Quelles propriétés mathématiques de la suite  $(u_n)$  a-t-on prouvé ?

**Ex N°2 (3 points)**

On veut afficher le quatrième terme  $u_3$  de la suite. Pour cela on utilise l'algorithme suivant à compléter sur votre feuille :

---

---

**variables**

$u$  : un réel

$n$  : un entier

**début**

    Affecter à  $u$  la valeur 6

    Affecter à  $n$  la valeur ....

**pour**  $i$  de 1 à  $n$  **faire**

        Affecter à  $u$  .....

**fin**

    Afficher la valeur de  $u$

**fin**

---

1. Exécuter l'algorithme en précisant l'état des variables à chaque instruction
2. Modifier l'algorithme pour que soit affiché les quatre premiers termes de la suite

### Ex N°3 (5 points)

On admet que, dans un magasin de cadenas :

- 80 % des cadenas proposés à la vente sont *premier prix*, les autres *haut de gamme* ;
- 3 % des cadenas *haut de gamme* sont défectueux ;
- 7 % des cadenas sont défectueux.

On prélève au hasard un cadenas dans le magasin. On note :

- $p$  la probabilité qu'un cadenas *premier prix* soit défectueux ;
- $H$  l'évènement : « le cadenas prélevé est *haut de gamme* » ;
- $D$  l'évènement : « le cadenas prélevé est défectueux ».

1. Représenter la situation à l' aide d'un arbre pondéré.
2. Exprimer en fonction de  $p$  la probabilité  $P(D)$ . En déduire la valeur de  $p$ .
3. Le cadenas prélevé est en bon état. Déterminer la probabilité que ce soit un cadenas *haut de gamme*.

### Bonus

1. **Observer** : Calculer  $1^3$ ,  $1^3 + 2^3$ ,  $1^3 + 2^3 + 3^3$
2. **Conjecturer** : Voyez vous une "logique", formulez une loi
3. **Prouver** : (Par récurrence)

**Ex n°1 (7 points)**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = 0,1u_n^2 + 0,5u_n$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$  à l'aide de la calculatrice
2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 0,1x^2 + 0,5x$ . Etudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$
3. Résoudre dans  $[0; +\infty[$ ,  $f(x) = x$  (Calculer le  $\Delta$  serait une faute de goût, factoriser plutôt)
4. Montrer que si  $x \in [0; 5]$  alors  $f(x) \in [0; 5]$
5. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n : 0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 5$
6. Quelles propriétés mathématiques de la suite  $(u_n)$  a-t-on prouvé?

**Ex N°2 (3 points)**

On veut déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que  $u_n \leq 10^{-1}$ . Pour cela on utilise l'algorithme suivant à compléter sur votre feuille :

---

---

**variables**

$u$  : un réel

$k$  : un entier

$n$  : un entier

**début**

    Affecter à  $u$  la valeur 1

    Affecter à  $k$  la valeur 1

    Affecter à  $n$  la valeur 0

**tant que**  $i > 10^{-k}$  **faire**

        Affecter à  $u$  .....

        Affecter à  $n$  .....

**fin**

    Afficher la valeur de  $u$

    Afficher la valeur de  $n$

**fin**

---

1. Exécuter l'algorithme en précisant l'état des variables à chaque instruction
2. Modifier l'algorithme pour que soit affiché tous les termes de la suite

**Ex N°3 (5 points)**

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur A et 20 % chez le fournisseur B.

10 % des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20 % de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

- événement A : « la boîte provient du fournisseur A » ;
- événement B : « la boîte provient du fournisseur B » ;
- événement S : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l' énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
2. (a) Quelle est la probabilité de l' événement  $B \cap \bar{S}$  ?  
(b) Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
3. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides.  
Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

### Bonus

1. **Observer** : Calculer  $1 + 3$ ,  $1 + 3 + 5$ ,  $1 + 3 + 5 + 7$
2. **Conjecturer** : Voyez vous une "logique", formulez une loi
3. **Prouver** : (Par récurrence)

## Corrigé sujet A

### Ex n°1 (7 points)

1.  $u_1 = 0,6$  et  $u_2 = \dots$
2.  $f$  est une fonction polynôme donc dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $f'(x) = 0,2x + 0,5$   
Étudions le signe de  $f'$  :  
$$0,2x + 0,5 \geq 0 \iff x \geq \frac{-0,5}{0,2} = -2,5$$
  
Donc  $f$  est croissante sur  $[-2,5; +\infty[$
3. Résolvons  $f(x) = x$  sur  $[0; +\infty[$   
$$\iff 0,1x^2 + 0,5x = x$$