Expressions booléennes

Une expression booléenne (vient de **George Boole**, mathématicien britannique du XIX ^{e} siècle) est une expression pouvant être vraie ou fausse mais pas les deux
Par exemple l'expression $1 < 2$ est évaluée à vraie (True) dans l'interpréteur Python alors que $1 > 2$ est évaluée à fausse (False)
Dans la suite, pour des raisons de simplicité on associe la valeur 1 à la valeur Vraie

```
>>> 1 < 2
True
>>> 1 > 2
False
```

(True) et la valeur 0 à la valeur Faux (false)
Les **conditions d'arrêt** ou les test sont des expressions booléennes parfois complexes

```
>>> type(1)
<class 'int'>
>>> type(True)
<class 'bool'>
>>> 1 == True
True
>>> 0 == False
True
```

car composées d'autres expressions booléennes reliées entre elles par des **opérateurs booléens** ou **connecteurs booléens** (Voir exercice) Un **opérateur booléen** permet de connecter deux expressions booléennes pour former une nouvelle expression booléenne
Nous utiliserons principalement les opérateurs **et**, **ou** puis **non**

Voici la table de vérité de l'opérateur **et**

a	b	a et b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

On retiendra que **a et b n'est vrai que lorsque a et b sont vrais** de ce fait le langage Python n'évalue pas l'expression b si a est fausse

Voici la table de vérité de l'opérateur **ou**

a	b	a ou b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

On retiendra que a et b n'est faux que lorsque a et b sont faux de ce fait le langage Python n'évalue pas l'expression b si a est vraie

Voici la table de vérité de l'opérateur **non**

a	non a
0	1
1	0

On verra en exercices qu'il existe 16 connecteurs logiques pour deux expressions booléennes et que tous ces connecteurs s'expriment en fonction des connecteurs `non`, `et`, `ou`
Ces connecteurs apparaissent donc comme des connecteurs fondamentaux

Exercices

Ex 1

1. Combien de connecteurs logiques à 2 places ?
2. Combien de connecteurs logiques à 3 places ?
3. Combien de connecteurs logiques à n places ?

Ex 2

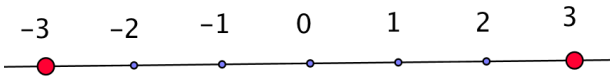
1. Montrer que `non(a et b)` a la même table de vérité que `non(a) ou non(b)`
2. En déduire que le connecteur logique `et` s'exprime en fonction des connecteurs `non` et `ou`
3. Montrer que `non(a ou b)` a la même table de vérité que `non(a) et non(b)`
4. Montrer que le connecteur logique `ou` s'exprime en fonction des connecteurs `non` et `et`

Ex 3

Un opérateur logique très utilisé est le ou exclusif ou xor (en anglais) défini comme le `ou` à la différence que `xor(1,1) = 0`
Exprimer `xor` en fonction de `et`, `ou` et `non`

Ex 4

Un jeton part de l'origine et se déplace aléatoirement ainsi : Si le lancer d'une pièce a donné **Pile** alors le jeton se déplace d'une unité vers la droite sinon il se déplace d'une unité vers la gauche et le déplacement s'arrête lorsque l'abscisse du jeton est 3 ou -3. Il s'agit de compter le nombre moyen de lancers de la pièce par déplacement
Compléter l'algorithme suivant



Algorithme 1 : Déplacement du jeton

Données : Un jeton à l'origine, un intervalle gradué [-3 ;3] et un générateur de nombres aléatoires
Résultat : Le nombre de lancers de la pièce

```
1 début
2     position ← 0
3     nbLancers ← 0
4     tant que ..... faire
5         piece ← entierAleatoire(0,1)
6         .....
7     fin
8     afficher(nbLancers)
9 fin
```